

MECCANICA RAZIONALE - 14.06.2018

COGNOME E NOME .....

C. D. L.: ..... ANNO DI CORSO:

MATRICOLA ..... FIRMA .....

ISTRUZIONI

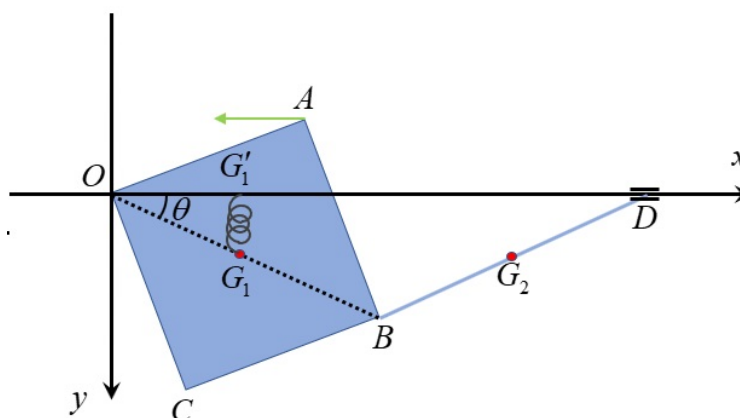
1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

Quesito	1	2	3	4	5	6	7	8	TOT
Punti									

In un piano verticale  $Oxy$  una lamina omogenea quadrata di lato  $\frac{d}{\sqrt{2}}$  e massa  $3m$  è incernierata in  $O$ . Un'asta omogenea, di massa  $m$  e lunga  $d$ , ha un estremo vincolato al vertice della lamina opposto ad  $O$ , mentre l'altro estremo può scorrere lungo  $x$ . Oltre alla forza peso, sul sistema materiale agiscono

- Una forza elastica  $\vec{F}_{G_1} = -k(G - G'_1)$ , dove  $G'_1$  è la proiezione di  $G_1$  sull'asse delle  $x$  e  $k = \frac{4mg}{d}$ .
- Una forza costante  $F_A = -\lambda \hat{i}_1$  applicata in  $A$ , dove  $\lambda = 4mg$ .

Supposti i vincoli lisci, e dato il parametro lagrangiano  $\theta = x^+ \hat{O}B$ , si chiede:



1. Determinare le coordinate dei punti  $A$ ,  $B$ ,  $G_1$ ,  $G'_1$  e  $G_2$  e l'espressione delle forze attive in funzione del parametro lagrangiano. [PUNTI 2]

$$A - O = \frac{d}{2} (\cos(\theta) + \sin(\theta), \sin(\theta) - \cos(\theta)), B - O = d (\cos(\theta), \sin(\theta)), G_1 - O = \frac{d}{2} (\cos(\theta), \sin(\theta)), G'_1 - O = \frac{d}{2} (\cos(\theta), 0), G_2 - O = \frac{d}{2} (3 \cos(\theta), \sin(\theta)). \vec{F}_{G_1} = (0, -k \frac{d}{2} \sin(\theta)), \vec{F}_A = (-4mg, 0), \vec{F}_{P_1} = (0, 3mg), \vec{F}_{P_2} = (0, mg)$$

2. Determinare la funzione potenziale  $U$  di tutte le forze attive agenti sul sistema [PUNTI 4]

$$U(\theta) = -2mgd \cos(\theta) - mg \frac{d}{2} \sin^2(\theta)$$

3. Determinare le configurazioni di equilibrio del sistema [PUNTI 4]

$$\theta_e = \{\theta_1 = 0 \cup \theta_2 = \pi\}$$

4. Determinare la componente lungo  $\hat{i}_1$  della reazione vincolare in  $O$  nelle configurazioni di equilibrio. [PUNTI 4]

$$\vec{\phi}_O \cdot \hat{i}_1 = 4mg$$

5. Scrivere l'energia cinetica del sistema [PUNTI 5]

$$T = \frac{1}{2} md^2 \dot{\theta}^2 \left( \frac{4}{3} + 2 \sin^2(\theta) \right)$$

6. Calcolare l'espressione della quantità di moto del sistema [PUNTI 4]

$$\vec{Q} = md\dot{\theta} (-3 \sin(\theta), 2 \cos(\theta))$$

7. Calcolare il momento della quantità di moto del sistema rispetto al polo  $O$  [PUNTI 4]

$$\vec{K}_O = \frac{5}{3} md^2 \dot{\theta} \hat{i}_3$$

8. Scrivere le equazioni differenziali del moto del sistema [PUNTI 5]

$$d\ddot{\theta} \left( \frac{4}{3} + 2 \sin^2(\theta) \right) + 2d\dot{\theta} \sin(\theta) \cos(\theta) + g \sin(\theta) (\cos(\theta) - 2) = 0$$