

MECCANICA RAZIONALE - 14.06.2018

COGNOME E NOME

C. D. L.: ANNO DI CORSO:

MATRICOLA FIRMA

ISTRUZIONI

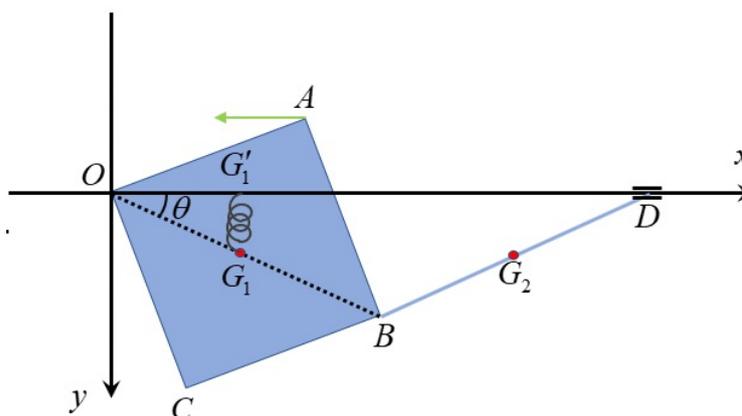
1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni; in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello) e firmare.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato **dopo** ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TEMPO a disposizione: 120 min.

Quesito	1	2	3	4	5	6	7	8	TOT
Punti									

In un piano verticale Oxy una lamina omogenea quadrata di lato $\frac{d}{\sqrt{2}}$ e massa $3m$ è incernierata in O . Un'asta omogenea, di massa m e lunga d , ha un estremo vincolato al vertice della lamina opposto ad O , mentre l'altro estremo può scorrere lungo x . Oltre alla forza peso, sul sistema materiale agiscono

- Una forza elastica $\vec{F}_{G_1} = -k(G - G'_1)$, dove G'_1 è la proiezione di G_1 sull'asse delle x e $k = \frac{4mg}{d}$.
- Una forza costante $F_A = -\lambda \hat{i}_1$ applicata in A , dove $\lambda = 4mg$.

Supposti i vincolo lisci, e dato il parametro lagrangiano $\theta = x^+ \hat{O}B$, si chiede:



1. Determinare le coordinate dei punti A , B , G_1 , G'_1 e G_2 e l'espressione delle forze attive in funzione del parametro lagrangiano. [PUNTI 2]

$$A - O = \frac{d}{2} (\cos(\theta) + \sin(\theta), \sin(\theta) - \cos(\theta)), B - O = d (\cos(\theta), \sin(\theta)), G_1 - O = \frac{d}{2} (\cos(\theta), \sin(\theta)), G'_1 - O = \frac{d}{2} (\cos(\theta), 0), G_2 - O = \frac{d}{2} (3 \cos(\theta), \sin(\theta)). \vec{F}_{G_1} = (0, -k \frac{d}{2} \sin(\theta)), \vec{F}_A = (-4mg, 0), \vec{F}_{P_1} = (0, 3mg), \vec{F}_{P_2} = (0, mg)$$

2. Determinare la funzione potenziale U di tutte le forze attive agenti sul sistema [PUNTI 4]

$$U(\theta) = -2mgd \cos(\theta) - mg \frac{d}{2} \sin^2(\theta)$$

3. Determinare le configurazioni di equilibrio del sistema [PUNTI 4]

$$\theta_e = \{\theta_1 = 0 \cup \theta_2 = \pi\}$$

4. Determinare la componente lungo \hat{i}_1 della reazione vincolare in O nelle configurazioni di equilibrio. [PUNTI 4]

$$\vec{\phi}_O \cdot \hat{i}_1 = 4mg$$

5. Scrivere l'energia cinetica del sistema [PUNTI 5]

$$T = \frac{1}{2} md^2 \dot{\theta}^2 \left(\frac{4}{3} + 2 \sin^2(\theta) \right)$$

6. Calcolare l'espressione della quantità di moto del sistema [PUNTI 4]

$$\vec{Q} = md\dot{\theta} (-3 \sin(\theta), 2 \cos(\theta))$$

7. Calcolare il momento della quantità di moto del sistema rispetto al polo O [PUNTI 4]

$$\vec{K}_O = \frac{5}{3} md^2 \dot{\theta} \hat{i}_3$$

8. Scrivere le equazioni differenziali del moto del sistema [PUNTI 5]

$$d\ddot{\theta} \left(\frac{4}{3} + 2 \sin^2(\theta) \right) + 2d\dot{\theta} \sin(\theta) \cos(\theta) + g \sin(\theta) (\cos(\theta) - 2) = 0$$